

Саратовская область Марковский район
МОУ-СОШ с.Звонаревка

Исследовательская работа на тему:

«Математика в сотах»



Работа выполнена:
Мажаевой Алиной
5 класс
МОУ-СОШ с.Звонаревка
Руководитель:
Пенцова Лариса Григорьевна
учитель математики

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Цели и задачи исследования.....	3
Основная часть.....	4-13
I. Теоретическая часть.....	4-6
1. Понятие орнамент	4
2. Понятие паркет.....	5
3. Построение пчелиных сот.....	6
II. Исследовательская часть.....	7-11
1 задача.....	7
2 задача.....	10
III. Цифры и факты в природе пчел	11
Заключение.....	13
Библиография	14

1. Введение.

Моя исследовательская работа посвящена исследованию ячеек пчелиных сот.

Недавно мы были в гостях у пчеловода Ситникова Юрия Владимировича. Пили чай, ели вкусный мёд, слушали рассказ нашего дяди Юры об удивительной жизни пчёл. Я обратила внимание на то, что ячейки сот имеют форму правильного шестиугольника. Меня заинтересовал этот факт. Я спросила у пчеловода: «Почему пчёлы склеивают ячейки сот не в виде квадратиков? Это же легче». Он не смог мне дать ответа, а только подарил мне рамку с сотой.

Цель работы: Выяснить, почему для ячеек пчелиных сот наиболее оптимальной является форма правильного шестиугольника.

Достижение поставленной цели возможно путем рассмотрения следующих **задач:**

- 1) Выяснить как пчёлы строят свои соты.
- 2) Рассмотреть различные варианты составления паркета из правильных многоугольников.
- 3) Выявить зависимость между стороной правильного многоугольника, его площади и периметром.
- 4) Изучить интересные цифры и факты в природе пчел.

Объект и предмет исследования - пчела, ячейки пчелиной соты.

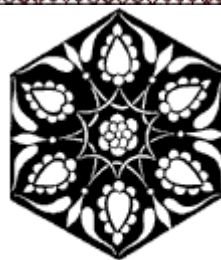
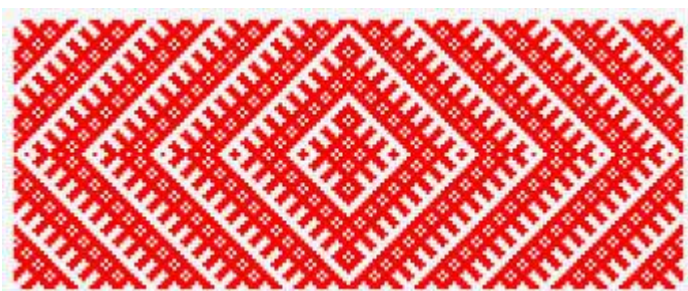
Теоретическая часть

Со времён Пифагора известны они.
В них равные стороны и равны углы.
Их встретим в орнаментах и на паркетах
В стихотворениях разных поэтов.
И даже пчёлы с ними работают,
Строя в их форме домики-соты. (О. Панишева)

В стихотворении говорится о правильных многоугольниках. Правильный многоугольник – это многоугольник, у которого все стороны и все углы равны. Многоугольники – одна из составных частей математической практики, с которой мы постоянно сталкиваемся в повседневной жизни. Человек использует свойство правильных многоугольников покрывать плоскость без просветов при составлении различных орнаментов, паркетов.

Орнамент

Если располагать различные фигуры рядом друг с другом в определённой последовательности, можно получить очень красивые орнаменты.



Орнамент (лат. *ornamentum* — украшение) — узор, основанный на повторе и чередовании составляющих его элементов; предназначается для украшения различных предметов (утварь, орудия и оружие, текстильные изделия, мебель, книги и так далее), архитектурных сооружений (как извне, так и в интерьере), произведений пластических искусств (главным образом прикладных).

Орнаменты любили древние римляне, украшавшие ими стены и потолки своих домов. Орнаменты из мозаики встречаются и в наши дни. Ими украшают не только стены, потолки, но и пол.

По используемым в орнаменте мотивам его делят на:

- геометрический, состоящий из абстрактных форм (точки, прямые, ломаные, зигзагообразные, сетчато-пересекающиеся линии; круги, ромбы, многогранники, звёзды, кресты, спирали);
- растительный, стилизующий листья, цветы, плоды и пр. (лотос, папирус, пальметта, акант, гранат и т. д.);
- животный, стилизующий фигуры или части фигур реальных или фантастических животных.

Паркет

Орнамент, покрывающий пол, называется паркетом.

Паркет — замощение плоскости многоугольниками без пробелов и перекрытий, в котором любые два многоугольника имеют либо общую сторону, либо только общую вершину, либо вовсе не имеют общих точек.

Паркеты, составленные из одинаковых правильных многоугольников, называют **правильными паркетами** (англ. *regular tilings*). Существует три правильных замощения плоскости: треугольный паркет, квадратный паркет и шестиугольный паркет. Правильные паркеты называют также *платоновыми паркетами*.



Паркеты, орнаменты, декоративно-прикладное искусство – вот области, где нашли применение правильные многоугольники.

Связывая природу, математику, и искусство, можно убедиться в том, что для тех, кто стоял у истоков искусства, природа и человек были образцами для подражания. Есть такие творения природы, которых человек порой не замечает.

Пчелиные соты

Пчёлы – удивительные творения природы. Геометрические способности пчёл проявляются при построении сот.

Пчелиные соты — восковые постройки пчёл, предназначенные для хранения запасов корма (мёда и перги) и выращивания потомства; являются также гнездом пчелиной семьи. Если рассмотреть пчелиные соты, то будет видна сеть правильных шестиугольников, уложенных в виде паркета,



расположенных по обе стороны от общего средостения. Пчёлы, как известно, живут в специально построенных для них ульях. Все пчёлы в улье размещены на сотах, которые построили из воска сами. Соты пчёлы отстраивают внутри специальной рамки, которую вместе с сотом можно вынуть, осмотреть, заменить другой и т. д. Пчелиные ячейки служат для выращивания в них рабочих пчёл. В эти же ячейки пчёлы складывают мёд и пыльцу. Пчелиная ячейка имеет глубину около 12 мм и в диаметре несколько больше 5 мм. Основой для новой соты является навощенная на рамку вощина — тонкий листок из пчелиного воска с выдавленными на обеих сторонах доньшками и начатками ячеек. Начиная работать над новой вощиной, пчёлы сначала вытягивают начатки ячеек, а затем наращивают их, добавляя воск, выделяемый ими самими. В результате получается двусторонний сот с правильными рядами пчелиных ячеек. Пространство для прохода пчёл между сотами называется *улочкой*, его стандартная ширина равна 12—13 мм. Очень удивителен и метод, используемый в строительстве сот: пчелы начинают строить соты одновременно с 2-3 разных точек. Таким образом, большой рой пчел, начиная с разных точек, с двух сторон делает ячейки одинаковых размеров, представляющие собой прямые шестиугольные призмы, соединяют их без каких-либо зазоров и нестыковок, и в завершении работы встречается в середине... Шестиугольники соединены настолько профессионально, что внешне невозможно увидеть следов воссоединения сот. Ячейки с той и другой стороны так сцеплены своими доньшками, что экономится место застройки, обеспечивается наивысшая прочность этих хрупких построек. Они представляют собой пространственный паркет без просветов.

2. Исследовательская часть

Теперь попытаемся ответить на вопрос: «Почему пчелы строят соты именно так, почему они предпочли сеть правильных шестиугольников, а не правильных треугольников или квадратов, ведь их, казалось бы, гораздо проще сконструировать?»

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо предварительно выяснить, какими правильными многоугольниками можно заполнить плоскость так, чтобы не было пропусков, то есть уложить их в виде паркета.

1. **Я провела эксперимент:** используя шаблоны правильных многоугольников и метод перебора покрывала часть плоскости:

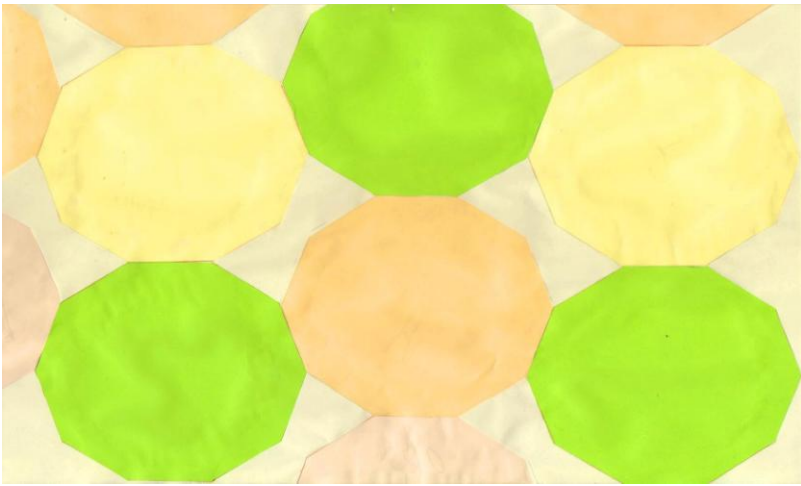
- правильными пятиугольниками:



- правильными восьмиугольниками:



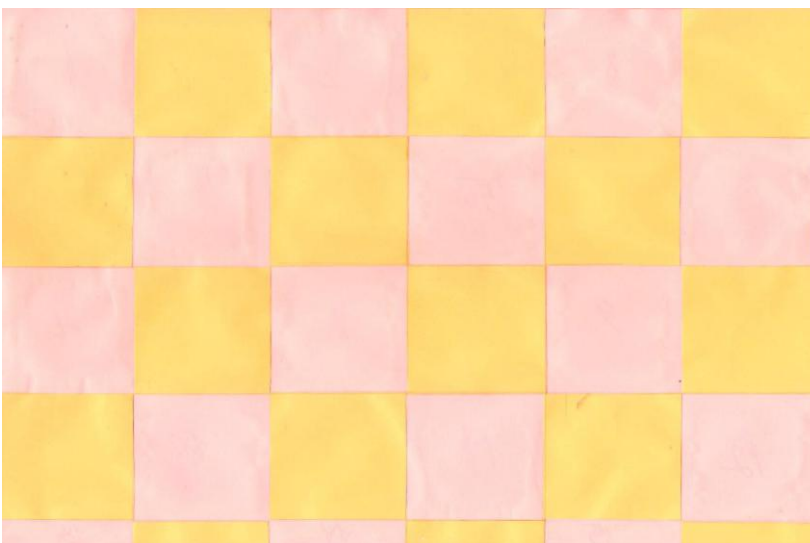
- правильными десятиугольниками:



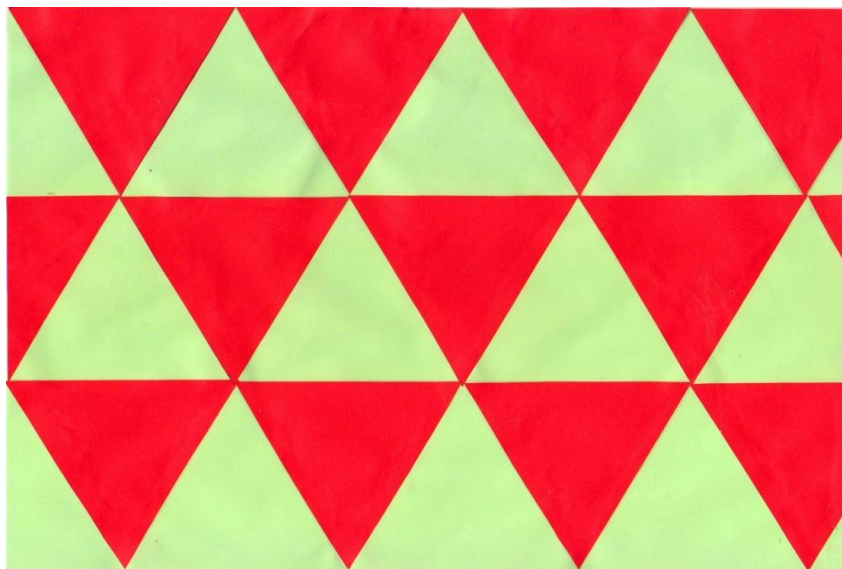
- правильными двенадцатиугольниками:



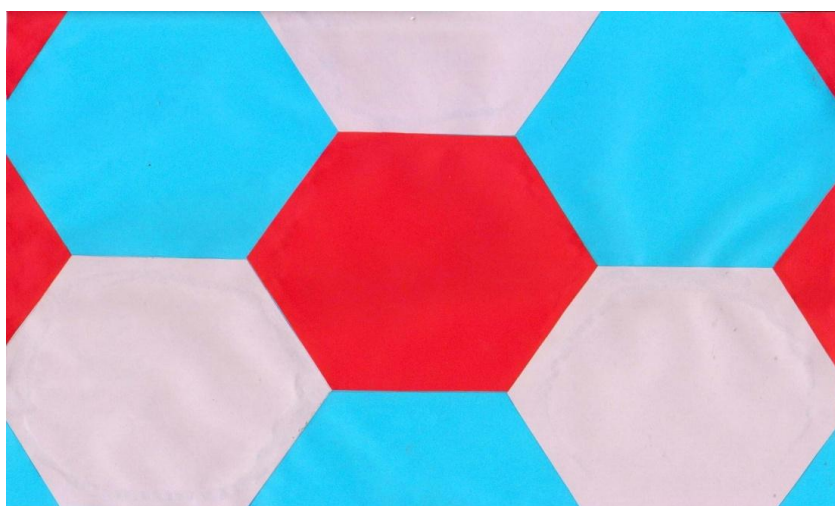
- правильными четырехугольниками – квадратами:



- правильными треугольниками:



- правильными шестиугольниками:



Выводы по эксперименту:

В ходе работы пришла к выводу: плоскость без просветов можно покрыть правильными треугольниками, шестиугольниками и квадратами (если многоугольники одного вида).

2. Исследование.

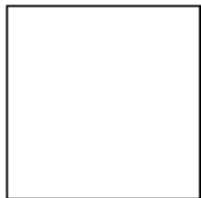
Почему пчёлы строят соты именно так, почему они предпочли сеть правильных шестиугольников, а не правильных треугольников или квадратов, ведь их, казалось бы, гораздо проще сконструировать?

Для этого рассмотрела задачу: Даны три равновеликие друг – другу фигуры – правильный треугольник, квадрат и правильный шестиугольник. Какая из данных фигур имеет наименьший периметр?

Взяла площадь равную 16 см^2 . Методом подбора нашла стороны треугольника и шестиугольника.

Отложила $6 \text{ см } 2 \text{ мм}$. Строю серединный перпендикуляр и откладываю такие же стороны, достраивая до треугольника. Использую формулу площади треугольника.

Строю окружность радиусом $2 \text{ см } 4 \text{ мм}$. Откладываю отрезки равные радиусу на окружности. Соединяю точки пересечения. Получившийся шестиугольник делю на прямоугольник и два треугольника. Площадь нахожу как сумму площадей двух прямоугольников.



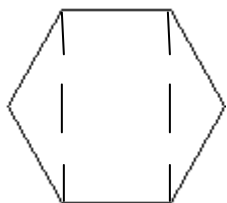
$$a = 4 \text{ см} \quad S = a^2 = 16 \text{ см}^2$$

$$P = 4a = 16 \text{ см} = 160 \text{ мм}$$



$$a = 6 \text{ см } 1 \text{ мм} \quad h = 5 \text{ см } 2 \text{ мм} \quad S = ah/2$$

$$S = 61 * 52 / 2 = 15,86 \approx 16 \text{ см}^2 \quad P = 3a = 183 \text{ мм}$$



$$a = 2 \text{ см } 4 \text{ мм} \quad b = 4 \text{ см } 3 \text{ мм} \quad h = 1 \text{ см } 3 \text{ мм}$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = 24 * 42 + 42 * 13 = 15,91 \approx 16 \text{ см}^2$$

$$P = 6a = 144 \text{ мм}$$



2.1 Выводы по эксперименту:

Решая задачу, пришла к выводу, что из трёх правильных многоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр, имеет шестиугольник.

Получается, что пчелы, не зная математики, верно «определили», что при условии одинаковой площади многоугольников наименьший периметр имеет правильный шестиугольник. Стало быть, выбрав правильный шестиугольник, мудрые пчелы экономят воск и время для построения сот. Итак, пчелы блестяще могут решать сложные математические задачи с малых лет жизни.



3. Интересные цифры и факты в природе пчел

Юрий Владимирович пчёл называет ласково и уважительно мои барышни.

Он рассказал, что пчёлы поразительные труженицы. Один килограмм мёда – это нектар со ста тысяч головок одуванчика или с 1,5-2 миллиона цветков акации, с 6-7 миллионов цветков красного клевера. Для ложки мёда в 30 граммов пчёлы собирают и приносят в улей 60 граммов нектара. При этом на одну пчелу приходится 30 миллиграммов нектара. Таким образом, каждой пчеле нужно вылетать из улья 2000 раз, чтобы собрать нектар для одной ложки мёда. За день рабочая пчела делает около 10 вылетов. Скорость полёта пчелы – 6,5 километров в час. Продолжительность жизни пчелы 30-35 дней.

Следовательно, для того, чтобы пчёлы могли плодотворно трудиться, радовать нас продуктами пчеловодства, одновременно проводя опыление громадного количества растений, большой объем работы по уходу за пчелиной семьёй должен выполнять пчеловод-пасечник.

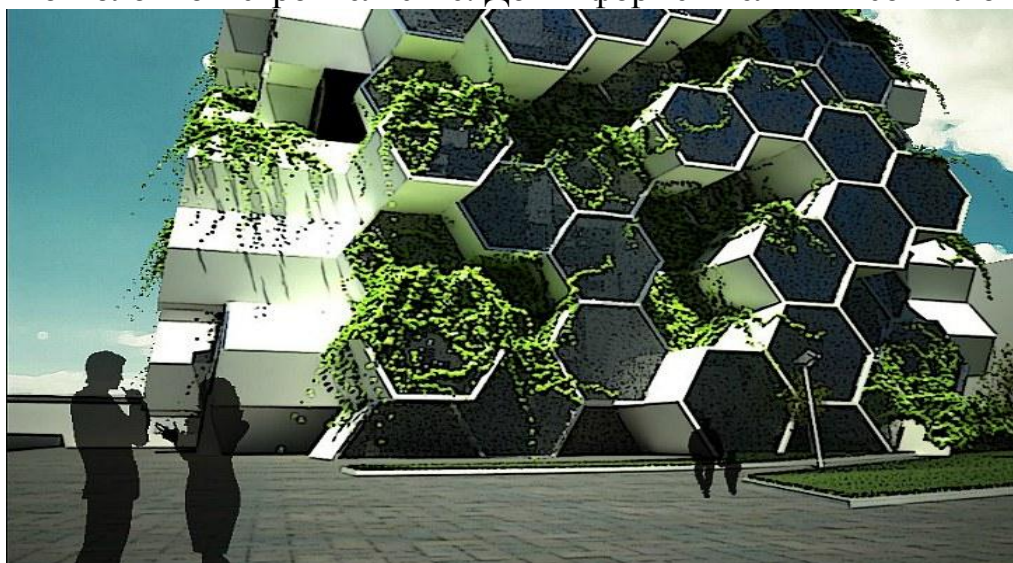
Сот размером 27см на 41,5 см может вмещать 3 кг меда, не ломаясь под его тяжестью. При этом пчелы на постройку таких сот затрачивают только 60 г воска. Как бережливые труженики, они делают стенки ячеек тоньше 1/10 миллиметра. Только молодые пчелы работают в основном внутри гнезда, где нет места хаосу - строят соты, ухаживают за личинками, убирают мусор. Все эти действия требуют умения рассчитать свои силы и оптимизировать перемещение - иначе им не управиться с таким огромным объемом работы.

Не зря труженице пчеле поставлены памятники:

В России – 4: в Кузьминках, в Тамбове, в Уфе, в Усть-Каменогорске.

В Казахстане, Америке, Канаде, в Японии и Польше по 2, на Украине – 3.

Люди широко используют форму пчелиных сот в своей жизни, нано и экотехнологиях. В районах с сильными ветрами стали строить шестиугольные кварталы, где ломаные линии улиц защищают летом от пыльных бурь, зимой - от метелей. Оптимальные варианты пчелиных ячеек нашли применение в современном блочном строительстве. Дом в форме пчелиных сот в Лондоне.



Применение принципа пчелиных сот в прозрачных солнечных панелях.



Заключение

Моя исследовательская работа ещё раз подтверждает мнение Пчелы из сказки «Тысяча и одна ночь»: « *Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая геометрию сот*».

Сооружая соты, пчелы предвосхитили открытия великих математиков.

Совершенство природы не перестает удивлять человека, а математика – это уникальное средство познания красоты природы.

Поработав над проектом, я убедилась, что пчела олицетворяет трудолюбие, расторопность, хлопотливость, усердие, бережливость и экономию. Если мы хотим развивать свои математические способности, нужно поучиться у наших маленьких помощников.

Итак, в ходе своей исследовательской работы я выяснила, что пчёлы изготавливают ячейки сот в виде правильного шестиугольника, потому что шестиугольник имеет наименьший периметр при равной площади по сравнению с другими фигурами. Это позволяет экономить воск и время для строительства ячеек, вмещающих большее количество мёда.

Литература:

1. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика / Глав. ред. М. Д. Аксёнова; метод. и отв. ред. В. А. Володин. — М.: Аванта+, 2003. — С. 297—300. — 688 с.
2. Детская энциклопедия. Я познаю мир. Математика/Под общей ред. О.Г. Хинн. – М.: АСТ, 2003. – С. 230, 245. – 480с.
3. Универсальная энциклопедия школьника. Математика. Минск: Харвест, 2003 С.262, - 528 с.
4. Учебник: « Математика 5 класс» И.И.Зубарева. М.: Мнемозина, 2014
5. Журнал: «Математика в школе» №1 1995 г.
6. Паркетты из правильных многоугольников. Квант, 1976. № 3. (Три вида паркетов)

Интернет-ресурсы:

1. "Геометрия пчелиных сот" Е.К. Еськов <http://www.yandex.ru/>
2. Геометрические паркеты. <http://netnotes.narod.ru/math/parket1.html>
3. «Строительство сотов» Д.В.Шабанов [Электронный ресурс]// О пасеке:[сайт].[2011]. URL:<http://o-paseke.ru/stroitelstvo-sotov>